

# Exemplo de dimensionamento de vigas reforçadas à flexão com o uso da técnica TRM/TRC

MATHEUS H. M. DE MORAES – ENG., ORCID <https://orcid.org/0000-0002-7285-1344>, [matheus.h.h@hotmail.com](mailto:matheus.h.h@hotmail.com);

HENRIQUE M. FRANCKLIN – PROF., ORCID <https://orcid.org/0000-0002-1416-7800> – UFSCAR.

GLÁUCIA M. DALFRÉ – PROF., ORCID <https://orcid.org/0000-0003-3623-5103> – UFSCAR, UNIVERSITY OF BIRMINGHAM, UK;

BAHMAN GHIASSI – PROF., ORCID <https://orcid.org/0000-0003-4212-8961> – UNIVERSITY OF BIRMINGHAM, UK.

## RESUMO

A técnica de reforço TRM/TRC (*Textile Reinforced Mortar/Concrete*), também baseada no uso de FRPs (Fiber Reinforced Polymers) embebidos em matriz cimentícia, tem se mostrado eficiente no aumento da capacidade de carga de elementos submetidos à flexão e cisalhamento. Esta técnica apresenta algumas vantagens quando comparadas às baseadas no uso de resinas epoxídicas, como a EBR (*Externally Bonded Reinforcement*) e NSM (*Near Surface Mounted*), tais como: possibilidade de aplicação em locais com umidade, em ambientes de alta agressividade e expostos a raios

UVA/UVB e, principalmente, devido à resistência ao fogo. Neste sentido, o presente trabalho apresenta um estudo analítico para verificação da eficiência da técnica TRM no incremento da capacidade resistente de vigas de concreto reforçadas à flexão com grelhas de CFRP (*Carbon Fiber Reinforced Polymer*) embebidas em matriz cimentícia. Tais resultados foram, posteriormente, comparados ao de um programa experimental realizado por Raoof, Koutas e Bournas (2017). De posse dessas informações, foi possível obter um melhor entendimento da eficácia do sistema de reforço TRM aplicado em vigas de concreto armado.

**PALAVRAS-CHAVE:** DIMENSIONAMENTO, ESTUDO COMPARATIVO, REFORÇO ESTRUTURAL, VIGAS DE CONCRETO ARMADO, TRM/TRC, GRELHAS DE FRP EM MATRIZ CIMENTÍCIA.

## 1. INTRODUÇÃO

O objetivo principal deste trabalho é obter um melhor entendimento do comportamento à flexão de vigas armadas não reforçadas (referência) e reforçadas com o uso da técnica TRM (*Textile-Reinforced Mortar*, em língua inglesa) ou TRC (*Textile-Reinforced Concrete*, em língua inglesa). Assim, espera-se contribuir com o avanço do conhecimento acerca da utilização de grelhas de FRP (*Fiber Reinforced Polymers*) embebidas em matriz cimentícia para aplicação no reforço de elementos de concreto armado. Para informações sobre a técnica de reforço TRM ou TRC em vigas de concreto armada consultar o artigo “Dimensionamento da técnica TRM/TRC para reforço à flexão de elementos de concreto armado segundo a norma americana ACI 529.4R (2020)”, na edição 106 da CONCRETO & Construções.

## 2. EXEMPLO DE CÁLCULO

Um estudo analítico do comportamento de uma viga biapoiada de concreto armado, sem reforço (Referência) e de três vigas biapoiadas de concreto armado reforçadas com grelhas de carbono, embebidas em matriz cimentícia, foi realizado. Posteriormente, os resultados analíticos foram comparados aos ensaios recentemente realizados por Raoof, Koutas e Bournas (2017). A Figura 1 apresenta o esquema do ensaio de flexão a quatro pontos (os pontos de aplicação de carga e apoios), as características geométricas e as armaduras longitudinais das vigas, enquanto os diagramas de momento fletor e esforço cortante, com  $a = 580$  mm e  $b = 340$  mm, são representados na Figura 2.

As quatro vigas foram confeccionadas com dimensões de  $101 \times 202 \times 1675$  mm<sup>3</sup>, vão livre entre os apoios de 1500 mm, altura útil de 17,6 cm, e concreto com resistência característica à compressão de 19,9 MPa (valor experimen-

talmente obtido). As vigas foram produzidas com armaduras longitudinais positivas compostas por 2 barras de aço, com tensão de escoamento do aço característica de 569 MPa, com diâmetro de 8 mm, e armadura transversal com barras de 8 mm de diâmetro.

O reforço das vigas foi realizado com grelhas de carbono com espessura nominal de 0,095 mm, massa de 384 g/m<sup>2</sup>, tensão última de tração ( $f_{tu}$ ) de 1518 MPa, deformação última tração ( $\epsilon_{fu}$ ) de 7,93% e módulo de elasticidade ( $E_f$ ) de 166,8 GPa, que foram aplicadas segundo a técnica TRM. Assim, as grelhas foram embebidas com argamassa cimentícia polimérica, com relação água/cimento de 0,23, com resistência média à flexão e à compressão de 39,2 MPa e 9,8 MPa, respectivamente. O reforço foi aplicado em uma, três e cinco camadas, com espessuras de 3 mm, 6 mm e 10 mm, com taxas de material de reforço ( $\rho_f$ ) de 0,0475%, 0,1425% e 0,2375%, respectivamente.



$$[1] \quad x = \frac{A_s \cdot f_y}{\alpha_c \cdot \lambda \cdot b_w \cdot f_{cd}}$$

$$x = \frac{1,00 \text{ cm}^2 \cdot \left(56,9 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} / 1,15\right)}{0,85 \cdot 0,8 \cdot 10,2 \cdot \left(1,99 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} / 1,4\right)} = 5,02 \text{ cm}$$

Pela comparação com  $x_{2/3} = 0,259 \cdot d$  e  $x_{lim} = 0,45 \cdot d$ , pode-se observar que a profundidade da linha neutra se encontra no Domínio 3. Obtendo-se o valor do momento resistente do bloco comprimido ( $M_{rc}$ ) e tracionado ( $M_{rs}$ ), são utilizados os procedimentos de cálculo apresentados nas Equações 2 e 3, respectivamente.

$$[2] \quad M_{rc} = \alpha_c \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot \lambda \cdot x \cdot \left(d - \frac{\lambda \cdot x}{2}\right)$$

$$M_{rc} = 0,85 \cdot \left(\frac{19900 \frac{\text{kN}}{\text{m}^2}}{1,4}\right) \cdot 0,102 \text{ m} \cdot 0,8 \cdot 0,0502 \text{ m} \cdot \left(0,176 \text{ m} - \frac{0,8 \cdot 0,0502 \text{ m}}{2}\right)$$

$$[3] \quad M_{rc} = 7,72 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$M_{rs} = A_s \cdot f_y \cdot \left(d - \frac{\lambda \cdot x}{2}\right)$$

$$M_{rs} = 1 \text{ cm}^2 \cdot \left(\frac{56,9 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}}{1,15}\right) \cdot \left(0,176 \text{ m} - \frac{0,8 \cdot 0,0502 \text{ m}}{2}\right)$$

$$M_{rs} = 7,71 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

Levando em conta a disposição do carregamento aplicado, o momento resistente é correspondente a uma força P igual a 26,58 kN (P/2 igual a 13,29 kN).

## 2.2 ACI 318 (2019)

O dimensionamento segundo as prescrições da norma ACI 318 também

permite como simplificação o uso de um diagrama retangular equivalente e as distribuições de deformações nos materiais, como as apresentadas na Figura 4. Entretanto, o dimensionamento é realizado com o uso de valores característicos de propriedades dos materiais, e a capacidade resistente é posteriormente minorada pelo fator de redução  $\phi$ .

Os valores de  $\beta_1$  variam de acordo com a classe de resistência à compressão do concreto ( $f'_c$ ) e possuem os valores apresentados na Equação 4. Tendo em vista a resistência à compressão de 19,9 MPa, um valor de  $\beta_1$  igual a 0,85 foi obtido.

$$[4] \quad \beta_1 = \begin{cases} 0,85 & \text{para } 17 \leq f'_c \leq 28 \text{ MPa} \\ 0,85 - \frac{0,05 \cdot (f'_c - 28)}{7} & \text{para } 28 < f'_c < 55 \text{ MPa} \\ 0,65 & \text{para } f'_c \geq 55 \text{ MPa} \end{cases}$$

Considerando-se que a área da armadura longitudinal ( $A_s$ ) é de 1,00 cm<sup>2</sup>,  $f_y$  é a tensão de escoamento do aço característica (569 MPa),  $b$  é a largura da seção transversal, e  $f'_c$  é a resistência característica do concreto (19,9 MPa), a profundidade do bloco retangular equivalente ( $a$ ) é obtida com o uso da Equação 5.

$$[5] \quad a = \frac{A_s \cdot f_y}{0,85 \cdot f'_c \cdot b}$$

$$a = \frac{1,00 \text{ cm}^2 \cdot 56,9 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}}{0,85 \cdot 1,99 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \cdot 10,2 \text{ cm}} = 3,30 \text{ cm}$$

O valor da linha neutra ( $c$ ) é calculada por meio da Equação 6.

$$[6] \quad c = \frac{a}{\beta_1} = \frac{3,30}{0,85} = 3,88 \text{ cm}$$

A deformação do aço ( $\epsilon_s$ ) pode ser obtida com o uso da equação de compatibilidade das deformações apresentada pela Equação 7. A norma ACI 318 (2019) leva em conta que deformação última no concreto ( $\epsilon_{cu}$ ) acontece para o valor de 3‰.

$$[7] \quad \epsilon_s = \left(\frac{d-c}{c}\right) \cdot \epsilon_{cu}$$

$$= \left(\frac{17,6 - 3,88}{3,88}\right) \cdot 3\text{‰} = 10,61\text{‰}$$

Sabendo que módulo de elasticidade do aço ( $E_s$ ), definido pela norma americana com o valor de 200 GPa, é possível calcular a deformação de início de escoamento ( $\epsilon_{sy}$ ) da armadura, tal como o apresentado na Equação 8.

$$[8] \quad \epsilon_{sy} = \frac{f_y}{E_s} = \frac{569 \text{ MPa}}{200000 \text{ MPa}} = 0,0028 = 2,8\text{‰}$$

Assim, verifica-se que o aço está escoando (ou seja,  $\epsilon_s > \epsilon_{sy}$ , Equação 7) e que  $f_y = 569$  MPa.

O momento nominal resistido pela análise do bloco tracionado ( $M_n$ ) é calculado com o uso da Equação 9.

$$[9] \quad M_n = A_s \cdot f_y \cdot \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

$$M_n = 1 \text{ cm}^2 \cdot 56,9 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \cdot \left(0,176 - \frac{0,0330}{2}\right) = 9,07 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

O coeficiente de redução  $\phi$  pode ser obtido por meio da Equação 10, onde  $\epsilon_s$  é o nível de deformação da armadura de aço obtida no dimensionamento (neste caso, 10,61‰) e  $\epsilon_{sy}$  é a deformação de escoamento da armadura de aço (2,8‰).

$$[10] \quad \phi = \begin{cases} 0,90 & \text{para } \epsilon_s \geq 0,005 \\ 0,65 + \frac{0,25 \cdot (\epsilon_s - \epsilon_{sy})}{(0,005 - \epsilon_{sy})} & \text{para } \epsilon_{sy} < \epsilon_s < 0,005 \\ 0,65 & \text{para } \epsilon_s \leq \epsilon_{sy} \end{cases}$$

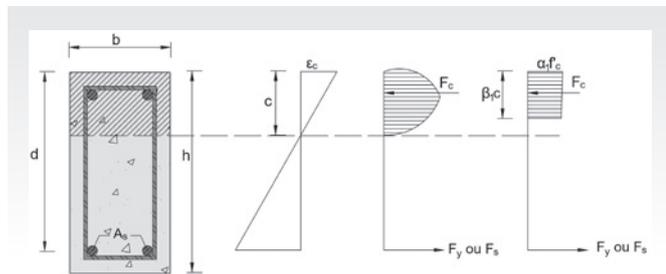
Considerando os resultados apresentados, o coeficiente de redução  $\phi$  possui o valor de 0,90. Segundo a ACI 318 (2019), o momento resistente de cálculo ( $M_u$ ) pode ser obtido pelo produto entre o momento nominal e o fator de redução  $\phi$  (Equação 11).

$$[11] \quad M_u = \phi \cdot M_n = 0,90 \cdot 9,07 \text{ kN} \cdot \text{m} = 8,16 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

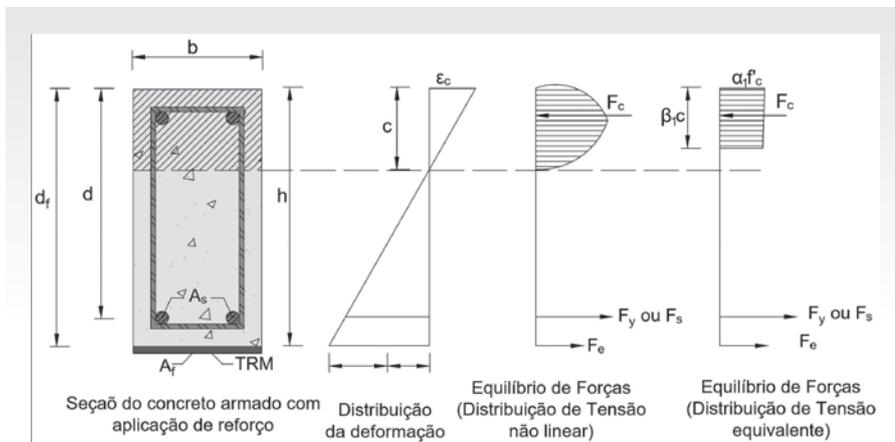
Considerando o esquema estático e o carregamento, este momento corresponde a uma força P igual a 28,14 kN (P/2 igual a 14,07 kN).

## 2.3 ACI 549.4R (2020)

A determinação da capacidade resistente da seção transversal reforçada



► **Figura 4**  
Diagrama retangular equivalente  
Fonte: Próprio autor (2021)



**Figura 5**  
Equilíbrio de forças de uma seção retangular de uma viga reforçada  
Fonte: Adaptado ACI 549.4R (2020)

segundo a técnica TRM foi realizada com o uso da norma americana ACI 549.4R (2020). A esquematização do equilíbrio de forças de uma viga de concreto armado reforçada segundo a técnica TRM pode ser verificada na Figura 5.

O cálculo do sistema de reforço é iniciado com a determinação da deformação no substrato de concreto que receberá o material de reforço no momento da aplicação ( $\epsilon_{bi}$ ), com o uso das Equações 12 a 18, onde  $M_{DL}$  é o momento fletor devido a atuação do peso próprio,  $E_c$  é o módulo de elasticidade do concreto e  $E_s$  é o módulo de elasticidade do aço. Para o cálculo de  $E_c$  foi utilizada a formulação proposta pela norma ACI 318 (2019), tal como o apresentado na Equação 12.

$$[12] \quad E_c = 4700 \cdot \sqrt{f'_c} = 4700 \cdot \sqrt{19,9 \text{ MPa}} = 20966,43 \text{ MPa}$$

Considerando-se que o módulo de elasticidade do aço ( $E_s$ ) possui o valor de 200 GPa e que para cálculo do momento fletor devido a atuação do peso próprio ( $M_{DL}$ ) foi considerado elemento de concreto armado, com peso próprio de 25 kN/m<sup>3</sup>, obtém-se  $M_{DL}$  igual a 0,146 kN·m. Assim:

$$[13] \quad n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{200000}{20966,43} = 9,54$$

$$[14] \quad B = \frac{b}{n \cdot A_s} = \frac{10,2}{9,54 \cdot 1,00} = 1,06 \text{ cm}^{-1}$$

$$[15] \quad I_g = \frac{b \cdot h^3}{12} = \frac{10,2 \cdot 20,3^3}{12} = 7110,61 \text{ cm}^4$$

$$[16] \quad k \cdot d = \frac{(\sqrt{2 \cdot d \cdot B + 1} - 1)}{B} = \frac{(\sqrt{2 \cdot 17,6 \cdot 1,06 + 1} - 1)}{1,06} = 4,89 \text{ cm}$$

$$[17] \quad I_{cr} = \frac{b \cdot (k \cdot d)^3}{3} + n \cdot A_s \cdot (d - k \cdot d)^2 = \frac{10,2 \cdot (4,89)^3}{3} + 9,54 \cdot 1,00(17,6 - 4,89)^2 = 1938,69 \text{ cm}^4$$

Considerando-se que o TRM aplicado em 1 camada possui espessura de 3 mm, obtém-se  $d_f$  igual a 20,3 cm + 0,15 cm), considerando a medida como sendo a altura total da viga somada a metade da altura do material de reforço).

$$[18] \quad \epsilon_{bi} = \frac{M_{DL} \cdot (d_f - k \cdot d)}{I_{cr} \cdot E_c} = \frac{14,56 \text{ kN} \cdot \text{cm} \cdot (20,45 \text{ cm} - 4,89 \text{ cm})}{1938,69 \text{ cm}^4 \cdot 2096,64 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}} = 0,056\%$$

Para dar início ao dimensionamento, arbitra-se uma posição inicial para a posição da linha neutra ( $c$ ). O valor para a profundidade de linha neutra recomendado pela norma ACI 440.2R (2017) para a primeira iteração é igual a 0,2 ·  $d$ , resultando em um valor de 3,52 cm. Isso permite calcular a deformação efetiva do sistema de reforço ( $\epsilon_{fe}$ ) com o uso da Equação 19, onde  $\epsilon_{cu}$  é a deformação

última do concreto, a qual possui o valor de 3‰.

$$[19] \quad \epsilon_{fe} = \epsilon_{cu} \left( \frac{d_f - c}{c} \right) - \epsilon_{bi} \leq \epsilon_{fd}$$

$$\epsilon_{fe} = 3\% \left( \frac{20,45 - 3,52}{3,52} \right) - 0,056\% = 14,37\% \leq \epsilon_{fd} = 7,93\%$$

Logo para o processo iterativo, considerou-se uma deformação efetiva do sistema de reforço ( $\epsilon_{FE}$ ) de 7,93‰.

Assim como recomendado pela norma ACI 549.4R (2020), determinam-se as deformações da armadura longitudinal no aço ( $\epsilon_s$ ) e do concreto ( $\epsilon_c$ ), assim como a tensão da armadura longitudinal ( $f_s$ ), tal como o apresentado nas Equações 20 a 22.

$$[20] \quad \epsilon_s = (\epsilon_{fe} + \epsilon_{bi}) \cdot \left( \frac{d - c}{h - c} \right) = (7,93\% + 0,056\%) \cdot \left( \frac{17,6 \text{ cm} - 3,52 \text{ cm}}{20,3 \text{ cm} - 3,52 \text{ cm}} \right) = 6,70\%$$

$$[21] \quad \epsilon_c = (\epsilon_{fe} + \epsilon_{bi}) \cdot \left( \frac{c}{h - c} \right) = (7,93\% + 0,056\%) \cdot \left( \frac{3,52 \text{ cm}}{20,3 \text{ cm} - 3,52 \text{ cm}} \right) = 1,67\%$$

$$[22] \quad f_s = E_s \cdot \epsilon_s = 200000 \cdot 6,70\% = 1340 \text{ MPa} \leq f_y$$

Portanto,  $f_y = 569 \text{ MPa}$

Posteriormente, foi calculado a tensão no sistema de reforço ( $f_{fe}$ ), apresentado na Equação 23.

$$[23] \quad f_{fe} = E_f \cdot \epsilon_{fe} = 166,8 \text{ GPa} \cdot 7,93\% = 1322,72 \text{ MPa}$$

Com as tensões e deformações na armadura longitudinal e no material de reforço TRM/TRC determinados, verifica-se as condições de equilíbrio da seção, que são calculadas com o uso das Equações 24 a 27, onde  $\epsilon_c$  é a deformação máxima do concreto,  $\epsilon'_c$  é a deformação do concreto não confinado,  $E_c$  é o módulo de elasticidade do concreto e  $A_s$  é a área da seção transversal da armadura longitudinal existente. Aqui será apresentado o processo de cálculo para 1 camada de material de reforço aplicado segundo a técnica TRM, com área de reforço ( $A_f$ ) igual a 0,0984 cm<sup>2</sup>, tal como o apresentado na Equação 27.

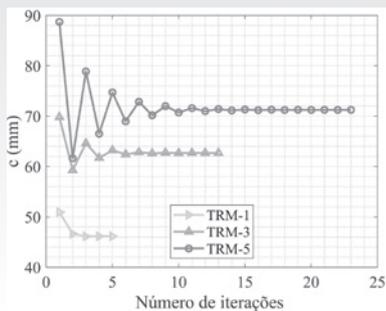
$$[24] \quad \varepsilon'_c = \frac{1,7 \cdot f'_c}{E_c} = \frac{1,7 \cdot 19,9 \text{ MPa}}{20966,43 \text{ MPa}} = 0,00161 = 1,61\%$$

$$[25] \quad \beta_1 = \frac{4 \cdot \varepsilon'_c - \varepsilon_c}{6 \cdot \varepsilon_c - 2 \cdot \varepsilon'_c} = \frac{4 \cdot 1,61\% - 1,67\%}{6 \cdot 1,61\% - 2 \cdot 1,67\%} = 0,7549$$

$$[26] \quad \alpha_1 = \frac{3 \cdot \varepsilon'_c \cdot \varepsilon_c - \varepsilon_c^2}{3 \cdot \beta_1 \cdot \varepsilon_c^2} = \frac{3 \cdot 1,61\% \cdot 1,67\% - (1,67\%)^2}{3 \cdot 0,7549 \cdot (1,61\%)^2} = 0,8994$$

$$[27] \quad c = \frac{A_s \cdot f_s + A_f \cdot f_{fe}}{\alpha_1 \cdot f'_c \cdot \beta_1 \cdot b} = \frac{1,00 \text{ cm}^2 \cdot 56,9 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} + 0,0984 \text{ cm}^2 \cdot 132,272 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2}}{0,8994 \cdot 1,99 \frac{\text{kN}}{\text{cm}^2} \cdot 0,7549 \cdot 10,2 \text{ cm}} = 5,07 \text{ cm}$$

Como a profundidade de linha neutra (c) arbitrada é diferente da obtida no dimensionamento, atribui-se nova profundidade de linha neutra e realizam-se novos cálculos até que a posição calculada da linha neutra seja igual a arbitrada. Para esta análise, considerou-se, como critério de convergência, diferença entre valores da linha neutra de  $1 \cdot 10^{-5}$  m, necessitando de 5, 13 e 23 iterações para obter a convergência para as vigas reforçadas com 1, 3 e 5 camadas de TRM, respectivamente. A Figura 6 ilustra o comportamento da linha



**Figura 6**  
Comportamento da linha neutra versus número de iterações para cada uma das vigas  
Fonte: Próprio autor (2021)

**Tabela 1**  
Resumo das variáveis obtidas do cálculo iterativo das vigas

Variável	1 camada	3 camadas	5 camadas
c (cm)	4,62	6,27	7,13
$\varepsilon_{re}$ (%)	7,93	6,67	5,49
$\varepsilon_c$ (%)	2,40	3,00	3,00
$\varepsilon_s$ (%)	6,60	5,40	4,40
$f_{te}$ (MPa)	1322,72	1110,55	915,89
$f_s$ (MPa)	569,00	569,00	569,00
$\varepsilon'_c$ (%)	1,61	1,61	1,61
$\beta_1$	0,8240	0,9383	0,9383
$\alpha_1$	0,9094	0,7534	0,7534

Fonte: Próprio Autor (2021)

neutra (c) ao decorrer das iterações para as vigas reforçadas, onde TRM-1, TRM-3 e TRM-5 representam as vigas reforçadas com 1, 3 e 5 camadas, respectivamente

Pode-se observar que, com o aumento do número de camadas, houve o aumento no número de iterações necessárias para se obter a convergência da linha neutra. A Tabela 1 apresenta um resumo dos resultados obtidos para os diferentes números de camadas avaliados.

Finalizando-se o procedimento de cálculo para ELU calcula-se o momento nominal resistente ( $M_n$ ) do elemento reforçado com o uso da Equação 30, o qual consiste na somatória das parcelas de momento nominal resistido pela armadura ( $M_{ns}$ ) e pelo material de reforço ( $M_{nf}$ ), respectivamente, tal como apresentado nas Equações 28 e 29 respectivamente. Tendo em vista a resistência à compressão de 19,9 MPa, um valor de  $\beta_1$  igual a 0,85 foi obtido. Ainda, considerando-se o dimensionamento com o uso de 1 camada de TRM, tem-se:

$$[28] \quad M_{ns} = A_s \cdot f_s \left( d - \frac{\beta_1 \cdot c}{2} \right) = 1 \cdot 56,9 \left( 17,3 - \frac{0,85 \cdot 4,62}{2} \right) = 872,6 \text{ kN} \cdot \text{cm} = 8,73 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$[29] \quad M_{nf} = A_f \cdot f_{fe} \cdot \left( d_f - \frac{\beta_1 \cdot c}{2} \right) = 0,0984 \cdot 132,272 \cdot \left( 20,45 - \frac{0,85 \cdot 4,62}{2} \right) = 240,6 \text{ kN} \cdot \text{cm} = 2,41 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

$$[30] \quad M_n = M_{ns} + M_{nf} = 8,73 + 2,41 = 11,14 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

O fator de redução ( $\phi$ ), apresentado na Equação 31, depende da deformação do aço ( $\varepsilon_s$ ) e da deformação de escoamento do aço ( $\varepsilon_{sy}$ ). Para  $\varepsilon_s = 6,60\% > 5\%$ , tem-se  $\phi$  igual a 0,90.

$$[31] \quad \phi = \begin{cases} 0,90 & \text{para } \varepsilon_s \geq 0,005 \\ 0,65 + \frac{0,25 \cdot (\varepsilon_s - \varepsilon_{sy})}{0,005 - \varepsilon_{sy}} & \text{para } \varepsilon_{sy} < \varepsilon_s < 0,005 \\ 0,65 & \text{para } \varepsilon_s \leq \varepsilon_{sy} \end{cases}$$

O momento último ( $M_u$ ) é obtido com o produto do momento resistente ( $M_n$ ) e o fator de redução ( $\phi$ ), assim como apresentado na Equação 32.

$$[32] \quad M_u = \phi \cdot M_n = 0,90 \cdot 11,14 = 10,03 \text{ kN} \cdot \text{m}$$

A Tabela 2 apresenta os resultados obtidos para o momento nominal resistente pela armadura ( $M_{ns}$ ), pelo reforço TRM ( $M_{nf}$ ), o momento nominal resistente ( $M_n$ ), o fator de redução ( $\phi$ ), o momento último ( $M_u$ ) e a Força (P) correspondente para as vigas reforçadas.

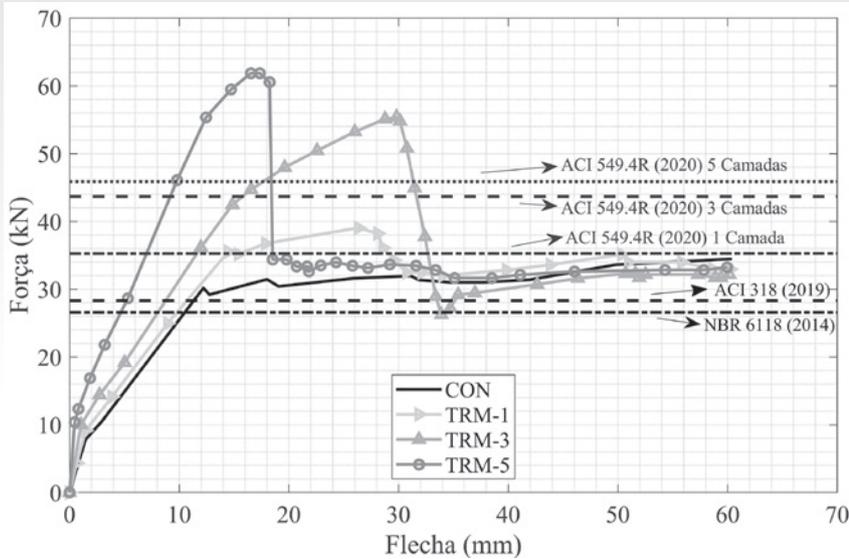
### 3. COMPARAÇÃO ENTRE OS MODELOS DE DIMENSIONAMENTO E RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Os resultados do programa experimental conduzido por Raoof, Koutas e Bournas (2017) permitem avaliar a expectativa de capacidade resistente obtida via modelos de dimensionamento. A Figura 7 apresenta as curvas Força (F) versus deslocamento

**Tabela 2**  
Resumo das variáveis obtidas do cálculo iterativo das vigas

Variável	1 camada	3 camadas	5 camadas
$M_{ns}$ (kN·m)	8,73	8,39	8,16
$M_{nf}$ (kN·m)	2,41	5,69	7,64
$M_n$ (kN·m)	11,14	14,08	15,80
$\phi$	0,900	0,900	0,842
$M_u$ (kN·m)	10,03	12,67	13,30
P/2 (kN)	17,29	21,84	22,93
P (kN)	34,58	43,68	45,86

Fonte: Próprio Autor (2021)



► **Figura 7**  
Diagrama de força *versus* deslocamento vertical  
Fonte: Adaptado de Raouf, Koutas e Bournas (2017)

vertical (mm) das vigas avaliadas, enquanto a Tabela 3 apresenta um resumo dos resultados de forças obtidas no ensaio experimental para três momentos distintos: fissuração ( $P_{cr}$ ), escoamento da armadura longitudinal existente ( $P_y$ ) e para a máxima força registrada ( $P_{max}$ ).

Ao se avaliar os dados da Tabela 3 e da Figura 7, verifica-se a efetividade do sistema de reforço TRM. A viga sem reforço apresentou fissuração quando uma força de 9,8 kN foi obtida, enquanto as vigas reforçadas apresentaram fissuras visíveis com forças de 10,0 kN, 12,8 kN e 16 kN, indicando que o uso da técnica de reforço pode retardar o início da fissuração do elemento. A partir desses pontos, todas as vigas apresentaram redução de rigidez devido à fissuração. Essa nova rigidez mantém-se estável até o início do escoamento da armadura longitudinal tracionada. Percebe-se, mais uma vez, que o início do escoamento da armadura ocorreu para forças aplicadas de 30,1 kN (referência), 35,6 kN (TRM-1), 43,0 kN (TRM-3) e 57,2 kN (TRM-5), indicando um aumento de 18,3% a 90,0%, em relação a viga sem reforço, para a

força que leva ao escoamento da armadura longitudinal do elemento. Por fim, para a máxima força registrada no ensaio das vigas de concreto reforçadas, verificou-se aumento da capacidade de 12,7%, 59,8% e 79,8% para as vigas reforçadas com 1, 3 ou 5 camadas de grelhas de carbono embebidas na matriz cimentícia, respectivamente.

Com relação aos modos de ruptura, a viga de referência (sem nenhum tipo de material de reforço) apresentou ruptura dúctil baseada no escoamento da armadura longitudinal tracionada. As vigas reforçadas apresentam ruptura menos

dúctil que a viga de referência. Para além disso, verificou-se que o número de camadas de material de reforço também influencia na ductilidade do elemento.

A Figura 7 também apresenta a comparação entre o comportamento obtido em laboratório e a expectativa de carga obtidas com as normas ABNT NBR 6118 (2014), ACI 318 (2014) e ACI 549.4R (2020). Verifica-se, para as vigas analisadas, que os modelos de dimensionamento utilizados conduzem a resultados seguros em relação à capacidade de carga da estrutura. Observa-se, também, que o aumento do número de camadas de TRC leva a uma diminuição da tensão da armadura longitudinal existente, visto que o sistema de reforço passa a absorver os esforços de tração dos elementos reforçados.

#### 4. CONCLUSÕES

A técnica de reforço de estruturas de concreto armado com FRPs está cada vez mais presente na indústria da construção civil para o aumento da capacidade de carga de um elemento estrutural. Neste sentido, este trabalho apresentou o dimensionamento à flexão de uma viga biapoiada reforçada segundo o sistema TRM, cujos resultados foram comparados aos obtidos em ensaios.

A partir dos resultados obtidos neste trabalho, conclui-se que:

- O dimensionamento baseado no uso da técnica TRM proposto pelo ACI 549.4R (2020) mostra-se analiticamente eficaz para determinar o incremento da capacidade

► **Tabela 3**  
Resumo dos resultados de forças obtidas no ensaio experimental

Viga	Força (kN)		
	Fissuração ( $P_{cr}$ )	Escoamento ( $P_y$ )	Máxima ( $P_{max}$ )
Sem reforço	9,80	30,10	34,60
TRM-1	10,00	35,60	39,00
TRM-3	12,80	43,00	55,30
TRM-5	16,00	57,20	62,20

Fonte: Adaptado de Raouf, Koutas e Bournas (2017)

de carga de vigas de concreto armado reforçadas com grelhas de FRP embebidas em matriz cimentícia;

- Os modelos apresentados permitem dimensionamento seguro dos elementos de concreto, com e sem sistemas de reforço;
- O aumento do número de camadas

de TRM causa a redução da ductilidade do elemento reforçado;

- O uso da técnica TRM/TRC é altamente dependente das propriedades do compósito (grelha de FRP + matriz cimentícia) a ser utilizado. Assim, ensaios para caracterização do compósito são mandatórios para possibilitar o cor-

reto dimensionamento do sistema de reforço.

#### AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001. 

#### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI COMMITTEE. Building Code Requirements for Structural Concrete – ACI 318. Michigan – USA, ACI, 2019.
- \_\_\_\_\_. Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures – ACI 440.2R. Michigan - USA, ACI, 2017.
- \_\_\_\_\_. Guide to Design and Construction of Externally Bonded Fabric-Reinforced Cementitious Matrix and Steel-Reinforced Grout Systems for Repair and Strengthening of Concrete Structures – ACI 549.4R. Michigan - USA, ACI, 2020.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS – ABNT. Ações para o cálculo de estruturas de edificações – NBR 6120. Rio de Janeiro – RJ, ABNT, 2019.
- \_\_\_\_\_. Projeto de estruturas de concreto - Procedimento: NBR 6118. Rio de Janeiro – RJ, ABNT, 2014.
- RAOOF, S. M.; KOUTAS, L. N.; BOURNAS, D. A. “Textile-reinforced mortar (TRM) versus fibre-reinforced polymers (FRP) in flexural strengthening of RC beams”, Construction and Building Materials, v. 151, p. 279–291, 2017. DOI: 10.1016/j.conbuildmat.2017.05.023.

# NO PRUMO

PAULO HELENE  
GUILHERME ARAGÃO

NO  
PRUMO

ASX



Compartilhar teoria e prática da construção civil, com leveza, didatismo e criatividade. Esta é a proposta do livro “No Prumo”.

O livro é dividido em duas partes. A primeira traça a história da construção no Brasil e sua relação com a cultura. A segunda revela, na prática, os conceitos e as técnicas consolidadas ao longo dessa história.

A publicação oferece uma leitura atual de temas que vão do projeto e da análise de solo ao serviços de concretagem, sistemas construtivos e sustentabilidade.

Com textos de Paulo Helene, professor aposentado da Escola Politécnica da USP e diretor da PhD Engenharia, e de Guilherme Aragão, jornalista e escritor, especialista em formação política e econômica do Brasil.

**FORMATO:** 21 x 29 cm

**PÁGINAS:** 170

**ANO:** 2017

**VENDAS:** Loja virtual ([www.ibracon.org.br](http://www.ibracon.org.br))

PRODUÇÃO



**ASX**  
PRODUÇÕES ARTÍSTICAS

PATROCÍNIO

**POLIMIX**  
CONCRETO



REALIZAÇÃO

MINISTÉRIO DA  
CULTURA

